E-Content

Instructional Media Centre
Maulana Azad National Urdu University
Gachibowli, Hyderabad - 32
T.S. India

Subject / Course - B.Ed

Paper : **5.3.4 Assessment for Learning**

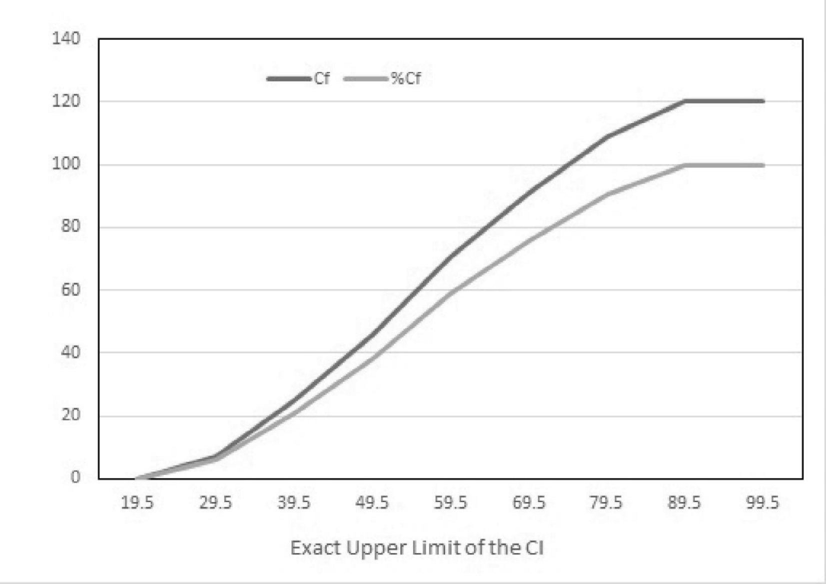
Module Name/Title : **Statistics and Measures of Central Tendency**

DEVELOPMENT TEAM	
CONTENT	DDE SLM
PRESENTATION	Najma Begum
PRODUCER	Md. Imtiyaz Alam

IMC MANUU
Instructional Media Centre
Maulana Azad National Urdu University
Gachibowli, Hyderabad - 32
T.S. India
//imcmanuu

فیصد (Cf%)	مجموعی تعدد (Cf)	تعداد (f)	نشانات
5.83	7	7	30-39
20.83	25	18	40-49
38.33	46	21	50-59
59.17	71	25	60-69
75.83	91	20	70-79
90.83	109	18	80-89
100	120	11	90-99

جدول 5.8 کے ڈاٹا کی مجموعی تعداد منحنی اور مجموعی فیصد منحنی (اوجائیو) شکل 5.5 میں دکھائی گئی ہے:



شکل 5.5: مجموعی تعداد منحنی اور اوجائیو

5.3.4 مرکزی رجحان کی پیائش (Measures of Central Tendency):

ڈاٹا کو تعدادی تقسیم کاری میں پیش کرنے پر اُس کو سمجھنا آسان ہوجاتا ہے لیکن عام فرد کے لیے صرف دیکھنے سے ہی اس کے بارے میں کوئی نتائج نکالنا مشکل ہوتا ہے اگر ڈاٹا کو اور بھی زیادہ مختصر کر کے ایک ہی اسکور کے ذریعہ پیش کیا جائے تو اُس ایک اسکور کی مدد سے پورے گروہ کی قابلیت کو سمجھنا زیادہ آسان ہوجائے گا۔ مختصر کرنے کے اس عمل میں ایک ایسا اسکور حاصل کیا جاتا ہے جو پورے گروپ یا گروہ کے اسکور کی نمائندگی کر سکے۔ ایسے اسکور کو جو پورے گروپ کی نمائندگی کرتا ہے۔ مرکزی رجحان کی قدر کہا جاتا ہے۔ ظاہر ہے کی مرکزی رجحان کی قدر وہی اسکور ہوگا جس کے ارد گرد زیادہ تر اسکور ہونگے۔ کچھ اسکور مرکزی رجحان کی قدر سے چھوٹے کچھ اسکور مرکزی رجحان سے بڑے ہوسکتے ہیں۔ مرکزی رجحان قدر کے دو استعمال ہے۔ ۱) یہ گروپ کے درجہ اوسط کو بتاتا ہے جس سے اُس گروپ کے گروہ قابلیت کے بارے میں معلومات حاصل ہوتی ہے۔ ۲) مرکزی رجحان کی قدر کا استعمال دو یا دو سے زائد گروہ کا آپسی موازنہ کرنے میں کیا جاتا ہے۔ مرکزی رجحان کے پیمائش کی کئی طریقہ ہے۔ عمومی طور پر تین طرح کے مرکزی رجحان کے قدروں کا استعمال

کیا جاتا ہے۔

1) اوسط (Mean)

2) وسطانیہ (Median)

3) بہتانیہ (Mode)

5.3.4.1 مرکزی رجحان کی پیمائش۔اوسط (Average or Mean):

مرکزی رجحانات کی پیمائش کا پہلہ قسم اوسط ہے۔اسے حسابی اوسط (Arithmetic Mean) کے نام سے بھی جانا جاتا ہے۔اوسط وہ اسکور ہے جو پیمائشوں کی کل جمع کو انکی تعداد سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوتا ہے۔اس کو M یا X سے ظاہر کیا جاتا ہے:

انکی کل تعداد / پیمائشوں کی کل جمع = اوسط

☆ غیر گروہ بند ڈاٹا (Ungrouped data) کے لیے اوسط کی تحسیب: جب خام ڈاٹا (Raw Data) دیا ہوا ہو تب اوسط کو محسوب کرنے کے لیے تمام قدروں کی حاصل جمع کو ان کے کل تعداد سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

$$M = \frac{\Sigma X}{N}$$

جہاں M = اوسط؛ ΣX = تمام قدروں کی جمع؛ اور N= Σf = تمام صورتوں کی تعداد

مثال 1) درج ذیل اسکور کے لیے اوسط کو محسوب کیجیے :

جدول 5.11: چھ طلباء کا سائنس میں حاصل کردہ نشانات

مضمون (Subject)	نشانات (Scores)
Science	34,35,40,38,42,45

حل:

$$M = \frac{\Sigma X}{N} = (34+35+40+38+42+45)/6 = = 234 / 6 = 39$$

گروہ بنڈ ڈاٹا (Grouped data) کے لیے اوسط کی تحسیب: گروہ بند ڈاٹا کے لیے وہ صورتیں ہوسکتی ہیں:

(A) اوسط کی تحسیب جب کہ محصوص اسکور اور تعداد یے گئے ہوں۔ اس میں درج ذیل ضابطہ کا استعمال کیا جاتا ہے۔

$$M = \frac{\Sigma fX}{N}$$

جہاں M=اوسط؛ X=اسکور؛ اور N= Σf = تمام صورتوں کی تعداد

مثال 2) درج ذیل ڈاٹا کے لیے اوسط کو محسوب کیجیے:

جدول 5.12: تیس طلباء کا سائنس میں حاصل کردہ نشانات

اسکور (X)	18	20	24	35	42	48	50
تعدد (f)	2	4	3	8	6	4	3

حل: ہم درج ذیل ضابطہ کا استعمال کریں گے۔ $M = \frac{\Sigma fX}{N}$

جدول5.13: ضابطہ کے متابق تیس طلباء کا سائنس میں حاصل کردہ نشانات

fX	f	X
36	2	18
80	4	20
72	3	24
280	8	35
252	6	42
192	4	48
150	3	50
$\Sigma fX = 862$	N=30	

$$M = \frac{\Sigma fX}{N} = 862/30 = 28.73$$

B) جب کہ ڈاٹا گروہ بند ہو اور ہر وقفہ جماعت کے لیے تعداد دیا ہوا ہو۔اس صورت میں ہم طویل طریقہ یا مفروضہ اوسط کو استعمال کرتے ہوئے مختصر طریقہ سے محسوب کر سکتے ہیں۔یہاں ایک مفروضہ بنایا گیا ہے کہ تمام تعداد وقفہ جماعت کے وسطی نقطہ پر مرتکز ہوتے ہیں۔اس لیے اسکور کے لیے وقفہ جماعت کا وسطی نقطہ استعمال کیا جاتا ہے۔

طویل طریقہ: اس میں درجہ ذیل ضابطہ کی مدد سے اوسط کو محسوب کیا جاتا ہے۔

$$M = \frac{\Sigma fm}{N}$$

جہاں M = اوسط؛ m = وقفہ جماعت کا وسطی نقطہ؛ f = تعداد؛ N= کل صورتوں کا کل تعداد

مثال 3) درجہ ذیل تعدادی تقسیم کاری کے لیے اوسط کو محسوب کیجیے۔

جدول5.14: پچاس طلباء کا سائنس میں حاصل کردہ نشانات

40-44	35-39	30-34	25-29	20-24	15-19	10-14	وقفہ جماعت(CI)
3	5	10	14	8	6	4	تعداد(f)

حل: اس میں درجہ ذیل ضابطہ کی مدد سے اوسط کو محسوب کریں گے۔

$$M = \frac{\Sigma fm}{N}$$

جدول5.15: ضابطہ کے متابق پچاس طلباء کا سائنس میں حاصل کردہ نشانات

fm	وسطی نقطہ (m)	تعداد(f)	جماعتی وقفہ(CI)
126	42	3	40-44
185	37	5	35-39

320	32	10	30-34
378	27	14	25-29
176	22	8	20-24
102	17	6	15-19
48	12	4	10-14
$\Sigma fm = 1335$	N=50		

$$M = \frac{\Sigma fm}{N} = 1335/50 = 26.7$$

مختصر طریقہ (مفروضہ اوسط طریقہ کے ذریعہ اوسط کی تحسیب): مفروضہ اوسط کے اس طریقہ میں سب سے پہلے وقفہ جماعت کے وسطی نقاط میں سے تقسیم کاری کے تقریباً درمیان میں ایک وسطی نقطہ کو منتخب کر لیتے ہیں جس کو مفروضہ اوسط (Assumed Mean) کہتے ہیں۔اس کے بعد ہر ایک اسکور یعنی وسطی نقطہ کا اس منتخب مفروضہ اوسط سے اکائی انحراف تحسیب کر کے اس کو تعداد سے ضرب کرتے ہیں۔اس طریقہ کو مرحلہ انحرافی طریقہ (Step Deviation Method) بھی کہتے ہیں۔اس طریقہ سے اوسط کی تحسیب کے لیے درجہ ذیل ضابطہ کا استعمال کیا جاتا ہے:

$$M = A + \frac{\Sigma fd}{N} * i$$

جہاں M=اوسط؛ A=مفروضہ اوسط؛ f=تعداد؛ d=مفروضہ اوسط سے اکائی انحراف[d=(m-A)/i]؛ i=وقفہ جماعت کا سائز

درج بالا مراحل کا خلاصہ اس طرح ہے:

☆ ڈاٹا کی ضابطہ کی شکل میں جدول سازی کیجیے۔یعنی وقفہ جماعت (CI)، وسطی اسکور (m)، تعداد (f)، اکائی انحراف (d) اور (fd) کے لیے کالم بنائیے۔

☆ تقسیم کاری کے وسط میں موجود وقفہ جماعت کا انتخاب کیجیے۔اگر دو وقفہ جماعت سے سابقہ ہو تو اعظم تعداد والے وقفہ جماعت کا انتخاب کیجیے۔

☆ انحراف کے کالم کو پر کیجیے۔(A) پر مشتمل وقفہ جماعت کے مقابل صفر اور اوپری حد اسکور والے وقفہ کے مقابل 1+، 2+، 3+ وغیرہ اور نچلی حد اسکور والے جماعت کے مقابل 1-، 2-، 3- وغیرہ درج کیجیے۔

☆ تعداد اور ان کے متعلقہ انحراف کا حاصل ضرب معلوم کیجیے اور fd مد والے کالم میں قیمتوں کو درج کیجیے۔

☆ کالم fd کی کل جمع Σfd معلوم کیجیے اور دیئے گئے ضابطہ کا استعمال کر کے اوسط کی تحسیب کیجیے۔

مثال 4) درجہ ذیل تعدادی تقسیم کاری کے لیے مفروضہ اوسط تریقہ سے اوسط کو محسوب کیجیے۔

جدول 5.16: پچاس طلباء کا سائنس میں حاصل کردہ نشانات

40-44	35-39	30-34	25-29	20-24	15-19	10-14	وقفہ جماعت (CI)
3	5	10	14	8	6	4	تعداد (f)

حل: اس میں درجہ ذیل ضابطہ کی مدد سے اوسط کو محسوب کریں گے۔

$$M = A + \frac{\Sigma fd}{N} * i$$

جہاں M=اوسط؛ A=مفروضہ اوسط؛ f=تعداد؛ d=مفروضہ اوسط سے اکائی انحراف [d=(m-A)/i] ؛ i=وقفہ جماعت کا سائز

جدول 5.17: ضابطہ کے متابق پچاس طلباء کا سائنس میں حاصل کردہ نشانات

fd	d=(m-A)/i	f	m	CI
+9	+ 3	3	42	40-44
+10	+2	5	37	35-39
+10	+1	10	32	30-34
0	0	14	A=27	25-29
-8	-1	8	22	20-24
-12	-2	6	17	15-19
-12	-3	4	12	10-14
Σfd = -3		N=50		

50=N ،5=i ،-3=Σfd ،27=A

$$M = 27 + \frac{-3}{50} * 5 = 27 - 0.3 = 26.7$$

نوٹ: درحقیقت کچھ دیر بعد انحرافات کی تحسیب کرنا ایک میکانیکی طریقہ بن جاتا ہے یعنی پہلے مفروضہ اوسط کے کالم کے بالمقابل صفر(0) درج کیجیے اور اوپری حد اسکور والے وقفہ جماعت کی طرف 1+، 2+، 3+ درج کیجیے۔ اور نچلی حد اسکور والے وقفہ جماعت کی طرف 1-، 2-، 3- درج کیجیے۔ یہ آپ کے وقت کی بچت میں بھی مددگار ہوسکتا ہے۔

اجتماعی اوسط (Weighted Average):

آپ کسی اسکول کی اس صورت حال سے واقف ہوں گے جس میں 3 یا 4 غیر مساوی سائز کے سیکشن ہوں اور ہر ایک سیکشن کے طلباء کی اوسط کارکردگی معلوم ہو اور درج بالا طریقوں کے ذریعہ کے اگر ہم اسکول کے اوسط کو محسوب کرنا چاہیں تو اجتماعی اوسط کی تحسیب کے لیے ایک ضابطہ کی ضرورت محسوس ہوگی۔ اور اسی طرح اگر ہمارے پاس مختلف اسکولوں کے اوسط موجود ہوں اور ہمیں ضلع کی سطح پر اوسط محسوب کرنا ہو تب بھی اجتماعی اوسط کی تحسیب کرنا ہوگا۔ اس کے لئے مندرجہ ذیل ضابطہ کا استعمال کرنا چاہئے:

$$M_w = \frac{\Sigma NM}{\Sigma N}$$

جہاں M_w=اجتماعی اوسط؛ M = اوسط؛ N = تعداد

مثال 5) درجہ ذیل جدول میں تین الگ الگ نمونوں (Samples) کا اوسط اور ان کی متعلقہ تعداد دی گئی ہے۔ ان کا اجتماعی اوسط محسوب کیجیے۔

جدول 5.18: تین نمونوں (Samples) کا اوسط اور ان کی متعلقہ تعداد

14.7	16.5	15.4	نمونہ کا اوسط
50	40	60	نمونہ کا سائیز

حل: اجتماعی اوسط کے لئے ضابطہ ہے: $M_w = \frac{\Sigma NM}{\Sigma N} = M_w = \frac{N_1M_1 + N_2M_2 + N_3M_3}{N_1 + N_2 + N_3}$

$$= \frac{60*15.4 + 40*16.5 + 50*14.7}{60 + 40 + 50} = 15.46$$

تعلیمی صورت حالات اور اوسط کا استعمال: اوسط کا استعمال اس وقت کیا جاتا ہے جب کہ:

1) اسکور ایک مرکزی نقطہ کے اطراف مشابہ طور پر منقسم ہوں۔یعنی تقسیم کاری واضح طور پر کج نہ ہو۔

2) ہم کسی نمونہ کی مرکزی شکل معلوم کرنا چاہتے ہوں۔

3) اعظم استحکام کے ساتھ مرکزی رجحان معلوم کرنا ہو۔

4) دیگر شماریات (معیاری انحراف،ارتباط کی شرح وغیرہ) معلوم کرنے میں۔

5) گروپ کی کارکردگی کا موازنہ و درست اور وقیق پیائش کے ساتھ کرنا ہو۔

اوسط کی خامیاں: کبھی کبھی کسی تقسیم کاری کا اوسط بہت غلط رہنمائی کرتا ہے خصوصی طور پر اس وقت جبکہ کچھ مشاہدات دیگر مشاہدات کے مقابلے میں بہت زیادہ اعظم یا اقل ہوں۔اگر آپ کلاس کے اوسط سائز کا مطالعہ کرنا چاہتے ہوں جبکہ 50-100 طلباء پر مشتمل 5 کلاسس ہوں۔50 تا100 طلباء پر مشتمل 10 کلاسس اور 35 ایسی کلاسس جس میں فی کلاس 30 تا50 طلباء ہوں تب اوسط 55.5 کوئی خاص کیفیت کو ظاہر نہیں کرتا یہی نہیں بلکہ اگر ایک کلاس میں 5 طلبا ہوں اور 25,20,15,12 اور 100 اسکور حاصل کرتےہیں تب اوسط 34.4 غلط رہنمائی کرتا ہے۔اس طرح کی کئی صورتیں ہو سکتی ہیں جس میں اوسط کوئی معنی خیز معلومات فراہم نہیں کرسکتا۔

5.3.4.2 مرکزی رجحان کی پیائش۔وسطانیہ (Median):

مرکزی رجحان کی قدر کا دوسرا اقسام وسطانیہ ہے۔وسطانیہ گروہ کو دو برابر حصوں میں اس طرح سے بانٹتا ہے ایک حصہ کے سارے اسکور اُس سے چھوٹے اور دوسرے حصے کے سارے اسکور اُس سے بڑے ہوتے ہیں۔اس لیے وسطانیہ وہ اسکور ہے جس سے کم وزیادہ اسکور پانے والے تعداد برابر ہوتی ہے۔اگر سبھی اسکور کو اعظم ترین کی ترتیب میں جیسے صعودی ترتیب (Ascending Order) اور نزولی ترتیب (Decending Order) رکھا جائے تو اُس ترتیب کا درمیانی اسکور اُس دو ایسے حصوں میں بانٹگا کی ادھے اسکور درمیانی اسکور سے چھوٹے ادھے اسکور درمیانی سے بڑے ہونگے۔جب ڈاٹا کو مرتبہ کے مطابق ترتیب دیا جائے تب تقسیم کاری کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرنے والے نقطہ کے ذریعہ مرکزی رجحان کی پیائش کو حاصل کیا جاسکتا ہے اسلیے وسطانیہ پیائش پر وہ نقطہ ہے جس کے اوپر اور نیچے ٹھیک 50 فیصد صورتیں پائی جاتی ہیں۔اس لیے وسطانیہ مہیا کردہ تراشیدہ (نامکمل) ڈاٹا کے لیے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے ہم صورتوں کی کل تعداد اور پیمانے پر ان کے ممکنہ مقامات جانتے ہیں۔یہ بات قابل توجہ ہے کہ وسطانیہ کی تعریف بطور ایک نقطہ کے کی جاتی ہے نہ کہ اسکور یا کوئی مخصوص پیائش۔ وسطانیہ کو ہم Mdn ظاہر کیا جاتا ہے۔

☆ غیر گروہ بند ڈاٹا (Ungrouped data) میں وسطانیہ: اس شکل میں وسطانیہ کو مندرجہ ذیل فارمولے کا استعمال کرکے محسوب کیا جاتا ہے:

$Mdn = (\frac{N+1}{2})^{th}$ item جہاں N اسکور کی تعداد ہے۔

مثال 1) مندرجہ ذیل اسکور X اور Y کے لیے وسطانیہ کو محسوب کیجیے:

جدول 5.19: وسطانیہ کو محسوب کرنے کے لئے اسکور X اور Y

اسکور (X) (N=9)	60,48,50,31,75,72,80,87,65
اسکور (Y) (N=8)	64,78,81,70,94,89,62,63

حل:

اسکور (X) کے لئے وسطانیہ کی تحسیب:

ان کا وسطانیہ معلوم کرنے کے لیے سب سے پہلے صعودی ترتیب میں ان اسکور کو اس طرح سے لکھا جا سکتا ہے :۔

31,48,50,60,65,72,75,80,87

یہاں N=9، اس لئے

$$\text{Mdn} = (\frac{N+1}{2})^{th} \text{item} = (\frac{9+1}{2})^{th} \text{item} = 5^{th} \text{item} = 65$$

اسکور (Y) کے لئے وسطانیہ کی تحسیب: صعودی ترتیب میں اس اسکور کو اس طرح سے لکھا جا سکتا ہے:۔ 62,63,64,70,78,81,89,94

یہاں N=8، اس لئے

$$\text{Mdn} = (\frac{N+1}{2})^{th} \text{item} = (\frac{8+1}{2})^{th} \text{item} = 4.5^{th} \text{item} = \frac{70+78}{2} = 74$$

اسکور کی تعداد جفت ہونے کی وجہ سے وسط میں دو اسکور حاصل ہوا ہے۔اس لئے وسطانیہ کے لئے ان دو اسکورس کا اوسط حاصل کیا جاتا ہے۔

☆ گروہ بند ڈاٹا(Grouped data) میں وسطانیہ کی تحسب: جیسا کہ پہلے بیان کیا جا چکا ہے۔وسطانیہ پیمائشی پیمانہ پر وہ نقط ہے جس کے نیچے ٹھیک 50 فیصد صورتیں ہوں اور واضح طور پر ٹھیک 50 فیصد صورتیں اس کے اوپر ہوتی ہیں۔ وسطانیہ کو محسوب کرنے کے لیے گروہ بند ڈاٹا کی صورت میں یہ مفروضہ ہے کہ وقفہ جماعت میں تعدد جفت کے طور پر منقسم ہوتا ہے۔اس کے لئے مندرجہ ذیل ضابطہ کا استعمال کیا جاتا ہے:

$$\text{Mdn} = L + \frac{N/2 - C_f}{f} * i$$

جہاں Mdn = وسطانیہ؛ L =وسطانیہ جماعت کی درست نچلی سطح؛ C_f =وسطانیہ جماعت سے پہلے والی جماعت کی مجموعی تعداد؛ f=وسطانیہ جماعت کی تعداد؛ N= کل تعداد؛ i = وقفہ جماعت کا سائز؛ یہاں وسطانیہ جماعت=وہ جماعت جس میں $\left(\frac{N}{2}\right)^{th}$ item موجود ہے

مثال2) درج ذیل تعدادی تقسیم کاری کے لیے وسطانیہ کو محسوب کیجیے۔

جدول 5.20: وسطانیہ کی تحسیب کے لئے تعدادی تقسیم کاری

وقفہ جماعت	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99
تعداد	2	8	12	25	23	18	8	4

حل: اس کے لئے ہم اس ضابطہ کا استعمال کریں گے:۔

$$\text{Mdn} = L + \frac{N/2 - C_f}{f} * i$$

جہاں Mdn = وسطانیہ؛ L =وسطانیہ جماعت کی درست نچلی سطح؛ C_f =وسطانیہ جماعت سے پہلے والی جماعت کی مجموعی تعداد؛ f=وسطانیہ جماعت کی تعداد؛ N= کل تعداد؛ i = وقفہ جماعت کا سائز؛ یہاں وسطانیہ جماعت=وہ جماعت جس میں $\left(\frac{N}{2}\right)^{th}$ item موجود ہے

جدول 5.21: وسطانیہ کو معلوم کرنے کے لئے اس کے ضابطہ کے متابق جدول سازی

جماعتی وقفہ (CI)	f	C_f

100	4	90-99
96	8	80-89
88	18	70-79
70(جماعت وسطانیہ)	23 (f)	60-69
47 C_f	25	50-59
22	12	40-49
10	8	30-39
2	2	20-29
	N=100	i=10

N/2th یعنی 50th قدر پر مشتمل جماعت وسطانیہ 60-69 ہے (مجموعی تعداد ی کالم دیکھیے)۔

اب، L=59.5؛ C_f =47؛ f=23؛ i=10؛ اس لئے

$$Mdn = 59.5 + \{(50-47)/23\} \times 10 = 60.80$$

تعلیمی صورت حالات اور وسطانیہ کا استعمال: درج ذیل حالات میں وسطانیہ کا استعمال کیا جا سکتا ہے۔

☆ جب نامکمل تقسیم کاری دی گئی ہو۔

☆ جب کہ تقسیم کاری کو دو حصوں میں تقسیم کرنے والے نقطہ کی ضرورت ہو۔

☆ جب ہ تقسیم کاری واضح طور پر کج ہو۔ایک سے زائد انتہائی صورتیں تقسیم کاری کے ایک ہی جانب ہو۔

☆ جبکہ ہم صرف تقسیم کاری کے اوپری نصف اور نچلے نصف میں صورتوں کے مقام کو معلوم کرنا چاہتے ہوں نہ کہ وہ مرکزی نقطہ سے کتنی دور ہیں۔

وسطانیہ کی محدودیت: وسطانیہ تمام مشاہدات کے تابع نہیں ہوتا اور وہ انکی عددی قدروں کو نظرانداز کرتا ہے۔ یہ تقسیم کاری کی مرکزی شکل کے طور پر استعمال نہیں ہوسکتا اور نہ ہی کمتر شماریات تجزیہ کے لیے استعمال ہوسکتا ہے۔

5.3.4.3 مرکزی رجحان کی پیائش۔ بہتاتیہ(Mode):

بہتاتیہ وہ اسکور ہے جو گروہ میں سب سے زائد لوگوں کو حاصل ہوتا ہے یا وہ اسکور جسے سب سے زیادہ طلباء حاصل کرتے ہیں۔ اُس حاصل شدہ اسکور کو گروپ کا بہتاتیہ کہتے ہیں۔ دوسرے لفظوں میں بہتاتیہ وہ اسکور ہے جو سب سے زیادہ بار آتا ہے یعنی جس کی تعداد(Frequency) سب سے زیادہ وہوتی ہے۔ بہتاتیہ کو ہم MO ظاہر کیا جاتا ہے۔کبھی کبھی دو یا زائد اسکورس کی Frequency دیگر اسکور سے زیادہ لیکن برابر ہوتی ہے تب ان سبھی اسکورس کو بہتاتیہ کہتے ہیں۔ جب ڈاٹا کے لیے دو بہتاتیہ ہو تو ڈاٹا کو Bimodal Data کہتے ہیں۔ دو سے زیادہ بہتاتیہ ہونے پر ڈاٹا کو Multi-Modal Data کہا جاتا ہے۔ مندرجہ ذیل جدول 5.22 میں اس کو پیش کیا گیا ہے:

جدول 5.22: مختلف بہتاتیہ والے داٹا کی مثالیں

وضاحت	Modal Name	No. of Modal Value	Modal Value	Example
صرف ایک بہتاتیہ ہے	Uni Modal	1	7	4,5,5,6,6,7,7,7,8,8,9,10
صرف دو بہتاتیہ ہے	Bi Modal	2	7 & 10	4,4,5,7,7,7,8,9,10,10,10,13
دو سے زائد بہتاتیہ ہے	Multi Modal	2 سے زیادہ	7, 9 & 10	5,6,6,7,7,8,9,9,10,10,11,13

☆ غیر گروہ بندی ڈاٹا(Ungrouped data) میں بہتاتیہ :ایک سادہ غیر گروہ بند پیمائشوں کے سیٹ میں بہتاتیہ وہ تنہا پیمائش یا اسکور ہے جس کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔

مثال 1): اگر دس طلباء کے حاصل شدہ اسکور مندرجہ ذیل ہے تو اس کا بہتاتیہ پتا کیجئے:

جدول 5.23: دس طلباء کے حاصل شدہ اسکور

مضمون	حاصل شدہ اسکور
سماجی علوم	15,16,17,22,28,25,22,23,22

حل: جدول کا مشاہدہ کرنے پر یہ بات معلوم ہوتی ہے کہ سب سے زیادہ تعداد والا اسکور 22 ہے، اسے 3 طلباء نے حاصل کیا ہے۔اس لیے یہ دیئے ہوئے غیر گروہ بند ڈاٹا کے لیے بہتاتیہ ہے۔

☆ گروہ بند ڈاٹا(Grouped data) کے لیے بہتاتیہ کی تحسیب: جب ڈاٹا کو وقفہ جماعت اور تعداد کی شکل میں گروہ بند کیا جاتا ہے تب وہ نقطہ جس پر تعداد سب سے زیادہ مرتکز ہوں یا تعدادی تقسیم کاری میں چوٹی کو بہتاتیہ کہتے ہیں۔ایسی صورت میں بہتاتیہ کی پہچان صرف مشاہدہ سے بھی کی جاسکتی ہے۔سب سے زیادہ تعداد رکھنے والے اسکور یا وقفہ جماعت کے وسطی نقطہ کو بہتاتیہ کہتے ہیں۔اس تخمنہ کی وجہ سے کبھی کبھی ہم اسے خام بہتاتیہ بھی کہتے ہیں۔لیکن ایسی شکل میں جب کسی تعدادی تقسیم کاری میں سب سے زیادہ یا قریب زیادہ تعداد رکھنے والے اسکور یا وقفہ جماعت ایک سے زائد موجود ہو تو اس تعدادی تقسیم کاری میں بہتاتیہ کی پہچان دوسرے طریقوں سے کیا جاتا ہے جیسے کہ درجہ بندی و تجزیاتی طریقہ کار (Grouping & Analysis Method) یا مندرجہ ذیل ضابطہ کا استعمال:

$$Mo = L + \frac{fm_2}{fm_1 + fm_2} * i$$

جہاں Mo= بہتاتیہ؛ L= بہتاتیہ جماعت کی درست نچلی سطح ؛ fm_1= بہتاتیہ جماعت سے پہلے والی جماعت کی تعداد؛ fm_2= بہتاتیہ جماعت سے بعد والے جماعت کی تعداد؛ i =وقفہ جماعت کا سائز؛ یہاں بہتاتیہ جماعت سے مراد وہ جماعت ہے جس کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔

مثال۲) درجہ ذیل تعدادی تقسیم کاری کے لیے بہتاتیہ معلوم کیجیے۔

جدول 5.23: بہتاتیہ کے لئے تعدادی تقسیم کاری

وقفہ جماعت	60-64	55-59	50-54	45-49	40-44
تعداد					

حل:

1) اس جدول کے مشاہدہ سے یہ بات ظاہر ہوتی ہے کہ دیئے ہوئے تقسیم کاری میں وقفہ جماعت 50-54 میں اعلیٰ تعداد 7 ہے۔اس لئے وسطی نقطہ 52 اس تقسیم کاری کا خام بہتاتیہ ہے۔

2)اب ہم مندرجہ ذیل ضابطہ سے اس تقسیم کاری میں بہتاتیہ کی پہچان کریں گے:

$$Mo = L + \frac{fm_2}{fm_1 + fm_2} * i$$

جہاں Mo=بہتاتیہ؛ L=بہتاتیہ جماعت کی درست نچلی سطح؛ fm_1=بہتاتیہ جماعت سے پہلے والی جماعت کی تعداد؛ fm_2=بہتاتیہ جماعت سے بعد والے جماعت کی تعداد؛ i =وقفہ جماعت کا سائز؛ یہاں بہتاتیہ جماعت سے مراد وہ جماعت ہے جس کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔

یہاں بہتاتی وقفہ جماعت(Modal Class) = وہ وقفہ جماعت جس کی تعداد سب سے زیادہ یعنی 7 ہے ≈ 50-54

اب، 49.5 = L؛ 6 = fm_1؛ 5 = fm_2؛ 5 = i

Mo = 49.5+{5/(6+5)}*5=51.77

تعلیمی صورت حالات اور بہتاتیہ کا استعمال: بہتانیہ کو مندرجہ ذیل تعلیمی صورتوں میں استعمال کیا جا سکتا ہے:

☆ بہتاتیہ سب سے آسانی اور جلدی سے حاصل کیا جانے والا مرکزی رجحان ہے

☆ جب مرکزی رجحان کی پیائش کے طور پر ایک مخصوص قدر کی ضرورت ہو مثلاً کلاس میں سب سے زیادہ مقبول لڑکا یا تعطیلاتی کورسیس کے متعلق طلباء میں اعتقاد وغیرہ۔

☆ جب فوراً مرکزی رجحان کی قریبی پیائش درکار ہو۔

☆ جب ڈاٹا نامکمل ہو اور تقسیم کاری میں کجی ہو اور زیادہ تر قدریں انتہائی ہوں۔

بہتاتیہ کی محدودیت:۔ بہتاتیہ کا استعمال مرکزی رجحان کے طور پر کرنے سے مندرجہ ذیل پریشانیاں ہوسکتی ہے۔

☆ یہ صرف ایک رف(Crude) تجزیہ ہی دیتا ہے

☆ یہ ضروری نہیں ایک ہی بہتاتیہ ہو۔

☆ یہ ضروری نہیں ہے بہتانیہ مرکزی اسکور ہی ہو۔کنار پر موجود کوئی اسکور بھی بہتاتیہ ہوسکتا ہے۔

☆ یہ بہت ہی عارضی ہوتا ہے گروہ کے کچھ طلباء،کبھی کبھی ایک دو طلباء کے اسکور میں تبدیلی ہونے پر بہتاتیہ کے قدر میں بھی تبدیلی ہوسکتی ہے۔

5.3.4.4 اوسط وسطانیہ اور بہتاتیہ کے درمیان رشتہ:

مختلف قسم کے ڈاٹا سے آپ کا سابقہ پڑنے پر آپ دیکھیں گے کہ یہ تینوں مرکزی رجحان کی پیائش ایک دوسرے سے بہت قریب یا پھر منحرف ہیں یہ بڑی حد تک تقسیم کاری کی فطرت پر منحصر ہوتا ہے۔کامل متشابہہ بہتاتیہ تقسیم کاریوں میں تینوں پیائش ایک دوسرے سے بہت قریب ہوتی ہیں یہاں تک کہ ہو بہو وہی ہوتی ہیں۔تقسیم کاری کی متشابہت میں تبدیلی سے تینوں پیائشوں (اوسط وسطانیہ اور بہتاتیہ) میں بھی انحراف واقع ہوتا ہے۔تینوں کے درمیان ایک خام رشتہ درج ذیل مساوات کے ذریعہ دکھایا جا سکتا ہے:

Mo=3Mdn-2M

5.3.5 انحراف کی پیائش(Measures of Variation):