E-Content

Instructional Media Centre
Maulana Azad National Urdu University
Gachibowli, Hyderabad - 32
T.S. India

Subject / Course – Physics

Paper : Mekaniyaat

Module Name/Title : Vectors Part-I

DEVELOPMENT TEAM	
CONTENT	Zeenat Fatima
PRESENTATION	Zeenat Fatima
PRODUCER	Mohd. Mujahid Ali

Instructional Media Centre
Maulana Azad National Urdu University
Gachibowli, Hyderabad - 32
T.S. India
//imcmanuu

اکائی 1: ویکٹر: ویکٹر الجبراء میزانیئے اور سمتیوں کی ضرب

1.1 اغراض ومقاصد

یہ اکائی میزانیئے اور سمتیوں سے واقف کراتی ہے اور اسکی تفہیم مثالوں کے ذریعہ ویکٹر الجبرا کے تمام اصولوں کو سمجھاتی ہے۔
اس اکائی کو مکمل کر لینے کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ:۔

1۔ ویکٹر الجبراء کو سمجھ سکیں گے۔

2۔ میزانیے اور سمتوں کے درمیان امتیاز کر سکیں گے۔

1.2 تمہید

طبعی دنیا میں ہم طبیعی مقداروں کو میزانیے اور سمتیہ میں درجہ بندی کر سکتے ہیں۔ دونوں میں اہم فرق یہ ہیکہ سمتیہ (Vector) کے ساتھ سمت منسلک ہوتی ہے جبکہ میزانیہ کے ساتھ ایسا نہیں ہوتا ہے۔لہٰذا سب سے پہلے ہم سمتوں کے بارے میں جانکاری حاصل کریں گے کہ سمتیہ کیا ہے؟ سمتیوں کو کیسے جمع، تفریق یا ضرب کیا جاتا ہے۔ سمتیوں کو کسی حقیقی عدد سے ضرب کریں تو ہمیں کیا حاصل ہوتا ہے۔
ایک مستوعا میں کسی شئے کی رفتار اور اسراع کو تعریف کرنے کے لئے ہم سمتیوں کا استعمال کر سکیں۔کسی مستوعا میں حرکت کی آسان مثال کے طور پر ہم ہموار اسراعی حرکت کا مطالعہ کرینگے۔

1.3 میزانیے اور سمتیے (Scalars & Vectors)

ایک میزانیہ مقدار وہ مقدار ہوتی ہے جس میں صرف عددی قدر (Magnitude) ہوتی ہے۔اس کو صرف ایک عدد اور موزوں اکائی کے ساتھ ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

مثالیں: دو نقاط کے درمیان کی دوری، کسی شئے کی کمیت (Mass) اور کسی جسم کی تپش وغیرہ۔

میزانیہ کے استعمال میں وہی اصول لاگو ہوتے ہیں جو عام طور پر الجبراء میں لائے جاتے ہیں جیسے کہ ہم اعداد کے ساتھ کرتے ہیں۔
مثال کے طور پر اگر کسی مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی علی الترتیب 1 میٹر اور 5 میٹر ہو تو اسکا احاطہ (perimeters) یعنی چاروں بازؤں کی لمبائیوں کی جمع (1m+5m+1m+5m)، (1 میٹر+5 میٹر+1 میٹر+5 میٹر) = 12m ہوگا۔ یہاں پر ہر بازو کی لمبائی ایک میزانیہ ہے اور احاطہ بھی ایک میزانیہ ہے۔اسی طرح اگر کسی ایک دن کا زیادہ سے زیادہ تپش $45.6^\circ C$ اور کم سے کم تپش $25.2^\circ C$ ہو تو ان دونوں کا فرق $10.4^\circ C$ ہوگا۔

ایک سمتیہ وہ ہے جس میں عددی قدر اور سمت دونوں ہوتے ہیں۔اور وہ جمع کے کلیہ مثلث (Triangle Law of Addition) یا جمع کے کلیہ متوازی الاضلاع (Parallelogram Law of Addition) کی تعمیل کرتا ہے۔لہٰذا ایک سمتیہ کو اس کی قدر

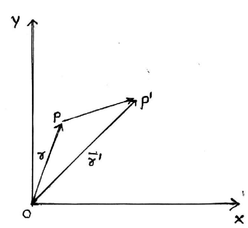
کے عدد اور سمت کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں۔ مثالیں، نقل مقام (Displacement)، رفتار (Velocity)، اسراع (Accelaration) اور قوت (Force) وغیرہ ہیں۔

سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لیے ہم اس مواد میں اس سمتیہ کے حرف کے اوپر تیر لگا کر بتائیں گے جیسے $\vec{V}$ اس میں V اور $\vec{V}$ دونوں ہی رفتار سمتیہ کو ظاہر کرتے ہیں۔ سمتیہ کی عددی قدر کو اکثر ہم اس کی مطلق قدر کہتے ہیں اور اسے $\overline{\vec{V}} = v$ کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں۔

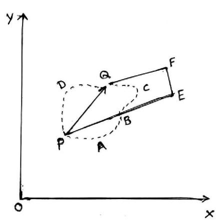
1.4 مقام اور نقل مقام سمتیے (Position and Displacement Vectors)

کسی مستوی میں متحرک شئے کے مقام کو ظاہر کرنے کے لیے ہم آسانی سے کسی نقطہ '0' کو مبداء (Origin) کے طور پر مانتے ہیں۔ فرض کرو کہ دو مختلف اوقات t اور t^1 پر شئے کے مقامات علی الترتیب P اور P^1 میں (شکل 1.1)

ہم P کو O سے ایک خط مستقیم سے جوڑ دیتے ہیں۔ اس طرح $\vec{OP}$ وقت t پر شئے کا مقام سمتیہ ہوگا۔ اس خط کے آخری سرے پر ایک تیر کا نشان لگا دیتے ہیں۔ اسے کسی علامت r سے پیش کرتے ہیں یعنی $\overline{OP} = \vec{r}$ اسی طرح نقطۂ P^1 کو ایک دوسرے مقام سمتیہ $\vec{OP^1}$ یعنی $\vec{r^1}$ کی لمبائی اسکی عددی قدر کو ظاہر کرتی ہے اور O سے دیکھنے پر P اور P^1 جس سمت میں واقع ہوں، سمتیہ کی سمت بھی وہی کہلائے گی۔ اگر شئے P سے حرکت کر کے P^1 پر پہنچ جاتی ہے تو سمتیہ PP^1 (جسکی P پر اور چوٹی P^1 پر ہے) نقطہ P (وقت t) سے P^1 (وقت t^1) تک حرکت کا نقل مقام یا نقل مقام سمتیہ (Displacement Vector) کہلاتا ہے۔



شکل 1.1



شکل 1.2

یہاں یہ بات ذہن نشین کرنا ہے کہ نقل مقام سمتیہ کو ایک خط مستقیم سے ظاہر کرتے ہیں جو شئے کے آخری مقام کو اسکی ابتدائی مقام سے جوڑتا ہے اور یہ اس حقیقی راستے پر انحصار کرتا جو شئے کے ذریعہ نقاط کے درمیان طئے کیا جاتا ہے۔

شکل 1.2 کے مطابق ابتدائی مقام P اور انتہائی مقام Q کے درمیان طئے کردہ دوریاں جیسے PDQ، PABCQ اور PBEFQ الگ الگ ہیں۔ لیکن نقل مقام سمتیہ $\vec{PQ}$ ہر حال میں وہی ہے۔ لہٰذا ''کسی بھی دو نقاط کے درمیان نقل مقام سمتیہ کی عددی قدر یا تو متحرک شئے کی راہ کی لمبائی سے کم ہوتی ہے یا اسکے برابر ہوتی ہے''۔

1.5 سمتیوں کی مساویت (Equality of Vectors)

دو سمتیوں $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کو صرف تبھی برابر کہا جا سکتا ہے جب ان کی عددی قدر میں برابر ہوں اور انکی سمت یکساں ہو۔

میزانیوں کی جمع و تفریق صرف انہیں مقداروں کیلئے بامعنی ہوتی ہے جن کی اکائیاں ایک جیسی ہوتی ہیں۔

ہمارے مطالعہ میں سمتیوں کے مقامات متعین نہیں ہیں۔ اس لیے جب ایک سمتیہ کو خود اس کے متوازی منتقل کرتے ہیں تو سمتیہ پر کوئی

فرق نہیں ہوتا ہے۔اس طرح کے سمتیہ کو ہم آزاد سمتیہ کہتے ہیں۔

1.6 حقیقی اعداد سے سمتیوں کی ضرب (Multiplication of Vectors by Real Numbers)

اگر ایک سمتیہ $\vec{A}$ کو کسی مثبت عدد λ سے ضرب کریں تو ہمیں ایک سمتیہ ہی ملتا ہے جس کی عددی قدر $\vec{A}$ کی عددی قدر کی λ گنا ہو جاتی ہے اور جس کی سمت بھی وہی ہے جو $\vec{A}$ کی سمت ہے۔اس حاصل ضرب کو ہم $\lambda\vec{A}$ لکھتے ہیں

i.e.(اگر $(\lambda > 0)$ $\left|\lambda\vec{A}\right| = \lambda\left|\vec{A}\right|$

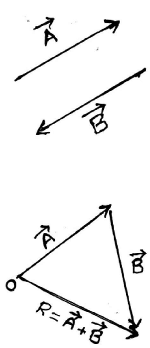
مثال کے طور پر اگر $\vec{A}$ کو 2 سے ضرب کیا جائے تو حاصل سمتیہ $2\vec{A}$ ہوگا۔جس کی سمت $\vec{A}$ کی سمت ہوگی۔اور عددی قدر $\left|\vec{A}\right|$ کی دوگنی ہوگی۔

سمتیہ $\vec{A}$ کو اگر ایک منفی عدد λ سے ضرب کریں تو سمتیہ $\lambda\vec{A}$ حاصل ہوتا ہے جس کی سمت $\vec{A}$ کی سمت کی مخالفت ہے اور جس کی عددی قدر $\left|\vec{A}\right|$ کی $(-\lambda)$ گنی ہوتی ہے۔

1.7 سمتیوں کی جمع و تفریق (Addition and Substraction of Vectors)

سمتیوں کی مساویت کی تعریف کی رو سے سمتیے جمع کے قانون مثلث یا جمع کے متوازی الاضلاع کے قانون کی تعمیل کرتے ہیں۔

آیئے اب ہم ترسیمی طریقے سے جمع کے اس قانون کو بیان کریں گے۔



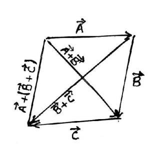
شکل 1.3

کسی مستوی میں واقع دو سمتیوں $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ پر غور کرتے ہیں (ملاحظہ کریں شکل نمبر 1.3)۔ ان سمتیوں کو ظاہر کرنے والے خطوط کی لمبائیاں سمتیوں کی عددی قدروں کے تناسب ہوتی ہیں۔جمع $\vec{A}+\vec{B}$ حاصل کرنے کے لیے شکل (1.3) کے مطابق ہم سمتیہ $\vec{B}$ اس طرح رکھتے ہیں کہ اس کی دم سمتیہ $\vec{A}$ کی چوٹی پر ہو۔پھر ہم $\vec{A}$ کی دم کو $\vec{B}$ کے سرے سے جوڑ دیتے ہیں۔یہ خط $\overline{OQ}$ حاصل سمتیہ R کو ظاہر کرتا ہے جو سمتیوں $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کا حاصل جمع ہے۔چونکہ سمتیوں کے جوڑنے کے اس طریقے میں ایک سمتیہ کی چوٹی کو دوسرے کی دم سے جوڑتے ہیں اس لیے اس ترسیمی طریقے کو چوٹی سے دم (ہیڈ تو ٹیل (Head to tail) طریقے کے نام سے بھی جانا جاتا ہے۔دونوں سمتیے اور ان کا حاصل کسی مثلث کے تین ضلع تشکیل دیتے ہیں۔

اس لیے اس طریقے کو سمتیوں کی جمع کا کلیہ مثلث (Traiangle method of Vector addition) بھی کہتے ہیں۔

جیسا کہ شکل 1.4 میں دکھایا گیا ہے کہ سمتیوں $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کو پہلے جوڑ کر اور پھر سمتیہ کو جوڑنے پر جو نتیجہ حاصل ہوتا ہے، وہ وہی ہے جو سمتیوں $\vec{B}$ اور $\vec{C}$ کو پہلے جوڑ کر پھر سمتیہ $\vec{A}$ کو جوڑنے پر ملتا ہے یعنی

$$\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+\vec{C}=\vec{A}+\left(\vec{B}+\vec{C}\right)$$



شکل 1.4

دو مساوی اور مخالف سمتیوں کو جوڑنے پر کیا نتیجہ ملتا ہے؟

ہم دو سمتیوں $\vec{A}$ اور $-\vec{A}$ جو $\vec{A}$ کا مساوی لیکن مخالف ہے۔ان کی جمع $\vec{A}+\left(-\vec{A}\right)$ ہے کیونکہ سمتیوں کی قدریں وہی ہیں لیکن سمتیں مخالف ہیں۔اس لیے حاصل کی قدر 0 سے ظاہر کی جاتی ہے اور اسے null سمتیہ یا صفری (Zero) سمتیہ کہتے ہیں۔

$$\vec{A}-\vec{A}=0;|0|=0$$

$$\vec{A}+0=\vec{A}$$

$$\lambda\vec{0}=0$$

$$0\vec{A}=0$$

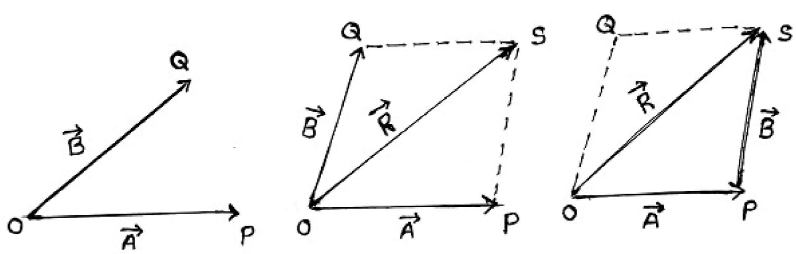
صفر سمتیہ کا طبیعی مطلب کیا ہے؟ فرض کروں کہ کسی وقت t پر کوئی شئے $\vec{P}$ پر ہے اور $\vec{P^1}$ تک جا کر پھر $\vec{P}$ پر واپس آ جاتی ہے۔ ایسی حالت میں شئے کا نقل مقام کیا ہوگا؟ چونکہ ابتدائی اور انتہائی مقام منطبق ہو جاتے ہیں اس لیے نقل مقام صفری سمتیہ ہوگا۔

دو سمتیوں $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کے فرق کو ہم دو سمتیوں $\vec{A}$ اور $-\vec{B}$ کی جمع کے طور پر درج ذیل سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+\left(-\vec{B}\right)$$

سمتیہ $-\vec{B}$ کو سمتیہ $\vec{A}$ میں جوڑ کر $\vec{A}-\vec{B}$ حاصل ہوتا ہے۔

متوازی الاضلاع کے طریقے کا استعمال کر کے بھی ہم دو سمتیوں کی جمع حاصل کر سکتے ہیں۔



(a) (b) (c)

شکل 1.5

فرض کرو کہ ہمارے پاس دو سمتیہ $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ ہیں۔ان سمتیوں کو جوڑنے کیلئے انکی دم کو ایک مشترک بنیادی نقطہ 0 پر لاتے ہیں جیسا کہ شکل 1.5(a) میں دکھایا گیا ہے۔ پھر ہم $\vec{A}$ کی چوٹی سے $\vec{B}$ کے متوازی ایک خط کھینچتے ہیں۔اور $\vec{B}$ کی چوٹی سے $\vec{A}$ کے متوازی الاضلاع OQSP پورا کرتے ہیں۔جس نقطہ پر یہ دونوں خط ایک دوسرے کو قطعہ کرتے ہیں' اسے مبداء O سے جوڑ دیتے ہیں۔حاصل سمتیہ $\vec{R}$ کی سمت میں ہوگی۔(شکل نمبر (1.5(b)) شکل نمبر (1.5(c) میں سمتیوں $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کا حاصل نکالنے کیلئے قانون مثلث (Triangle Law) کا استعمال دکھایا گیا ہے۔دونوں شکلوں سے ظاہر ہیکہ دونوں طریقوں سے ایک ہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔لہٰذا دونوں طریقے مساوی ہیں۔

1.8 اکائی سمتیہ (Unit Vector):

اکائی سمتیہ وہ ہوتا ہے جس کی عددی قدر ایک ہو اور محض سمت کا تعین کرنے کیلئے اس کا استعمال ہوتا ہے۔ شکل نمبر 1.6 میں دکھائے گئے دو ابعادی نظام کے y,x اور z محوروں کے موافق اکائی سمتیوں کو ہم علی الترتیب $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ اور $\hat{k}$ کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں کیونکہ یہ سبھی اکائی سمتیہ ہیں اس لئے $\left|\hat{i}\right| = \left|\hat{j}\right| = \left|\hat{k}\right| = 1$

یہ اکائی سمتیے ایک دوسرے پر نمودار ہیں۔ دوسرے سمتیوں سے ان کی الگ شناخت کے لیے ہم نے اس مواد میں ان کے اوپر ایک کیپ (^) لگا دیا ہے کیونکہ اس مواد میں ہم صرف دو ابعادی حرکت کا مطالعہ کر رہے ہیں لہذا ہمیں صرف دو اکائی سمتیوں کی ضرورت ہوگی۔

کسی مستوی (Linear) میں ایک سمتیہ $\vec{A}$ کو ظاہر کرنے کے لیے ہمارے پاس دو طریقے ہیں:۔

(i) اس کی عددی قدر A اور اس کے ذریعہ X- محور کے ساتھ بنائے گئے زاویہ θ کے ذریعہ

یا

(ii) اس کے اجزا A_x اور A_y کی قدریں درجہ ذیل مساوات سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

$$A_x = ACos\theta$$

$$A_y = ASin\theta$$

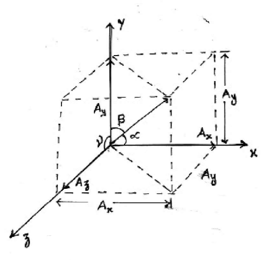
اگر A_x اور A_y معلوم ہوں تو A اور θ کی قدر حسب ذیل سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

$$A_x^2 + A_y^2 = A^2Cos^2\theta + A^2Sin^2\theta$$

یا

اور $A = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2}}$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}; \theta = \tan^{-1}\left[\frac{A_y}{A_x}\right]$$



شکل 1.6

اسی طرح ہم نے ایک x-y مستوی میں کسی سمتیہ کو اس کے اجزاء میں جز تجزیہ کیا ہے لیکن اسی طریقے کے ذریعے کسی سمتیہ $\vec{A}$ کا تین ابعاد میں x ،y اور z محوروں کے مطابق، تین اجزاء میں جز تجزیہ کیا جاسکتا ہے۔ اگر A اور x ،y اور z محوروں کے درمیان زاویہ علی الترتیب α ، β اور θ ہوں تو

$$Ax = ACos\alpha, Ay = ACos\beta, \mathrm{Az} = \mathrm{ACos}\theta$$

$$\overline{A} = A_x i + A_y j + A_z K$$

سمتیہ A کی عددی قدر

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

1.9 کسی مستوی میں مستقل اسراع کے ساتھ حرکت (Motion in a Plane with Constant):

(Acceleration

فرض کرو کہ کوئی شئے ایک مستوی x-y میں حرکت کر رہی ہے اور اس کے اسراع یعنی a کی قدر مستقل ہے۔ کسی وقفہ وقت میں اوسط اسراع اس مستقل اسراع کے برابر ہوگا۔ فرض کریں کہ کسی وقت t=0 پر شئے کی رفتار V_o اور وقت t پر اس کی رفتار V ہے۔ تب تعریف کے مطابق

$$a=\frac{v-v_0}{t-o}=\frac{v-v_0}{t}$$

یا

$$V-V_o=at \Rightarrow V=V_o+at$$

اب ہم دیکھیں گے کہ وقت کے ساتھ مقام سمتیہ r کس طرح بدلتا ہے۔

فرض کریں کہ o اور t وقت پر ذرّے کے مقام سمتیے $\vec{r}_o$ اور $\vec{r}$ ہیں اور ان وقت میں ذرّے کی رفتار $\vec{V}_o$ اور $\vec{V}$ ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ نقل اوسط رفتار اور وقفہ وقت کا ضربیہ ہوتا ہے۔

$$r-\vec{r}_o=\left(\frac{V_o+V}{2}\right)t=\left(\frac{(V_o+at)+V_o}{2}\right)t$$

$$=V_ot+\frac{1}{2}at^2$$

اس لئے $r=r_o+V_ot+\frac{1}{2}at^2$

اس مساوات کا مشتق (Derivations) یعنی $d\vec{r}/dt$ $(V=V_o+at)$ دیتا ہے اور ساتھ ہی t=o وقت پر $\vec{r}=\vec{r}o$ کی شرط کو بھی پورا کرتا ہے اس لیے مساوات $r=r_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$ کو اجزا کی شکل میں درج ذیل کے طور پر ظاہر کر سکتے ہیں۔

$$x=x_o+V_{ox}t+\frac{1}{2}a_xt^2$$

$$y=y_o+V_{oy}t+\frac{1}{2}a_yt^2$$

اس مساوات کی ایک تشریح یہ ہے کہ x اور y سمتوں میں حرکات ایک دوسرے پر منحصر نہیں ہوتی ہیں یعنی کسی مستوی (دو ابعاد) میں حرکت کو دو الگ الگ ہم وقتی یک بعدی مستقلہ اسراعی حرکتوں، جو باہمی عمودی سمتوں میں ہوں کے طور پر سمجھ سکتے ہیں۔ یہ ایک اہم نتیجہ ہے جو دو ابعاد میں شئے کی حرکت کے تجزیے میں کارگر ہوتا ہے۔ یہ نتیجہ تین ابعادی حرکت کے لیے بھی ہے۔

1.10 خلاصہ:

(1) میزانیہ مقداریں: وہ مقداریں ہیں جن میں صرف عددی قدریں (Magnitudes) ہوتی ہیں۔ دوری، چال، کمیت اور درجہ حرارت میزانی مقداروں کی چند مثالیں ہیں۔

(2) سمتیہ مقداریں: وہ مقداریں جن میں قدر اور سمت دونوں ہوتی ہیں۔ جیسے نقل، رفتار: اسراع وغیرہ۔ یہ مقداریں سمتیہ الجبراء کے کچھ مخصوص اصولوں کی تعمیل کرتی ہیں۔

(3) اگر کسی سمتیہ $\vec{A}$ کو کسی حقیقی عدد λ سے ضرب کریں تو ہمیں ایک دوسرے سمتیہ $\vec{B}$ حاصل ہوتا ہے جس کی عددی قدر $\vec{A}$ کی عددی قدر کی λ گنا ہوتی ہے۔ نئے سمتیہ کی سمت یا تو $\vec{A}$ کی سمت ہوتی ہے یا اس کے مخالف، یہ اس پر منحصر ہوتی ہے کہ λ مثبت ہے یا منفی۔

(4) دو سمتیوں $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کو جوڑنے کے لیے ترسیمی طریقہ جس کے لیے یا تو سرے دم یا پھر متوازی الاضلاع کا طریقہ کا استعمال کرتے ہیں۔

(5) Nullیا صفری سمتیہ ایسا سمتیہ ہوتا ہے جس کی عددی قدر صفر ہوتی ہے۔

(6) سمتیہ $\vec{B}$ کو $\vec{A}$ سے نفی کرنے کے عمل کو ہم $\vec{A}$ اور $-\vec{B}$ کو جوڑنے کے طور پر لیتے ہیں۔ $\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$

(7) کسی سمتیہ $\vec{A}$ کو کسی مستوی میں واقع دو سمتیوں aاور b کی سمت میں جز تجزیہ (Resolve) کر سکتے ہیں۔ $\vec{A}=\lambda a+\mu b$ یہاں λ اور μ حقیقی اعداد ہیں۔

(8) کسی سمتیہ $\vec{A}$ سے وابستہ اکائی سمتیہ وہ سمتیہ ہے جس کی عددی قدر ایک ہوتی ہے اور وہ $\vec{A}$ کی سمت میں واقع ہوتا ہے۔ اکائی سمتیہ $\hat{n}=\frac{\vec{A}}{|A|}$

1.11 مختصر ترین سوالات:

(1) ذیل کے طبعی مقداروں میں بتایئے کہ کون سی سمتیہ ہے اور کون سی میزانیہ۔

حجم، کمیت، چال، اسراع، کثافت، مول کی تعداد، رفتار، زاویاتی تعدد، نقل مقام، زاویائی رفتار۔

(2) ذیل میں سے کوئی دو میزانیہ مقداروں کو چنیئے۔

قوت، زاویاتی معیار حرکت، کام، برقی رو، خطی معیار حرکت، برقی میدان، اوسط رفتار، مقناطیسی معیار اثر، اضافی رفتار۔

(3) درج ذیل میں سے ایک سمتیہ مقدار شامل ہے۔ اس لیے چنیئے۔

درجہ حرارت، دباؤ، دھکا، وقت، جفت، توانائی، تجاذبی قوت، رگڑ کی شرح۔

1۔ سمتیوں کے متوازی الاضلاع کے کلیہ کو بیان کرو؟ اور حاصل کی قیمت اور سمت کی مساوات اخذ کرو۔

2۔ اکائی سمتی، صفر سمتی اور مقام سمتی کو بتلاؤ۔

3۔ اگر $P=2\hat{i}+4\hat{j}+14\hat{k}$ اور $Q=4\hat{i}+4\hat{j}+10\hat{k}$ تب $P+Q$ کو قدر معلوم کرو۔

4۔ کیا یہ ممکن ہے کہ صفر سمتیہ کا جز غیر صفر رہے گا۔

5۔ میزانیہ اور سمتیہ کی تعریف مثال کے ذریعہ کیجئے۔

1.12 سفارش کردہ کتابیں Reference Book

1. Shanti Narayan, P.K. Mittal, Vector Algebra,s chand

2. Dr. Rishi Kumar Jha, Dr. Anshuman Signh, Vector Algebra

3. Prasun Kumar nayak, Vector Algebra and anelysis with Applications

4. S.P. Kuil, Vector Analysis tensor analysis and linera vector space